
La formación de una cartera óptima de activos: una guía para no especialistas

Juan José Torres Gutiérrez

Resumen: La gestión financiera ha sufrido un acelerado proceso de sofisticación en las últimas décadas. La complejidad de algunos productos financieros ha sido citada, incluso, como una de las causas de la actual crisis financiera, en cuyo origen se sitúa la crisis de las hipotecas «subprime». Este artículo no pretende ser una guía de autoayuda para que cualquier persona no especialista en finanzas pueda abordar la difícil tarea de construcción de una cartera óptima de activos, sino aportar un esquema a seguir para entender las fases que un especialista completa hasta la construcción de una cartera óptima, así como conocer los factores que hay que tener en cuenta para evaluar correctamente el riesgo financiero y el grado de aversión al mismo de los inversores. En definitiva, se pretende aportar al no especialista una serie de instrumentos para poder evaluar correctamente la gestión realizada por el especialista.

Palabras clave: cartera óptima de activos; inversor; riesgo financiero; aversión al riesgo.

Códigos JEL: G11; G12.

1. Introducción

La gestión de carteras es un proceso complejo en el que interactúan los inversores, por sí mismos o asesorados por profesionales, y los mercados financieros. La gestión financiera ha sufrido un acelerado proceso de sofisticación en las últimas décadas. La complejidad de algunos productos financieros ha sido citada, incluso, como una de las causas de la actual crisis financiera, en cuyo origen se sitúa la crisis de las hipotecas «subprime» o de alto riesgo en Estados Unidos. La incertidumbre que caracteriza a los mercados financieros hace que los conceptos de rentabilidad y riesgo deban tratarse de una manera conjunta en el proceso de toma de decisiones de inversión, de manera que las decisiones basadas en el conocimiento personal, la experiencia acumulada o la intuición («feeling») han dejado paso a complejos modelos matemáticos.

No se trata aquí de proporcionar una guía de autoayuda para que los inversores finales no especialistas puedan prescindir de los profesionales de la inversión a la hora de tomar sus decisiones y construir sus carteras óptimas, sino, más bien, de mostrar un esquema que puedan seguir para entender (que no es poco) el proceso de construcción de una

cartera óptima de activos. Asimismo, se pretende dar a conocer los principales factores que hay que tener en cuenta para evaluar correctamente el riesgo financiero y el grado de aversión al mismo de los inversores.

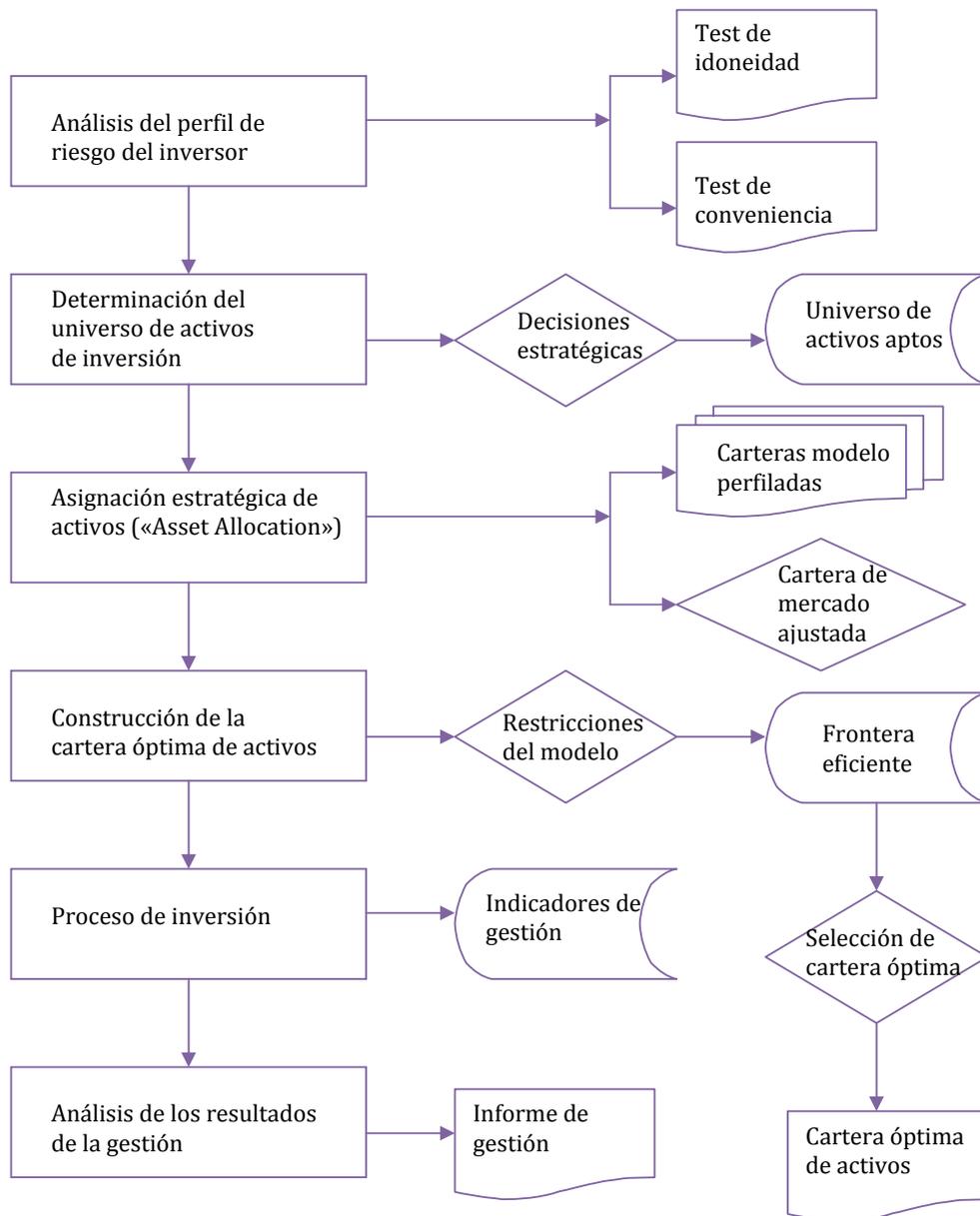
El proceso de la gestión de carteras debe contemplar, como mínimo, las siguientes fases:

— Análisis del perfil de riesgo del inversor, donde hay que tener en cuenta su grado de aversión al riesgo, sus expectativas de rentabilidad, su horizonte temporal, sus necesidades de liquidez, etc.

— Consideración del universo de opciones de inversión apto para cada cartera o cliente, de acuerdo con el análisis previamente realizado. El conjunto de clases de activos seleccionado tendrá que analizarse con la profundidad que cada mercado o clase de activos requiera. No sólo hay que considerar el riesgo y la rentabilidad de manera aislada, sino también la correlación entre los diferentes mercados y activos.

— Asignación de activos («asset allocation», en la terminología inglesa) que nos permita atribuir ponderaciones dentro del total de la inversión o del conjunto de la cartera a las distintas clases de activos considerados aptos para la inversión.

Esquema 1: Proceso de construcción y seguimiento de una cartera óptima de activos



Fuente: Elaboración propia.

— Construcción de carteras óptimas, bien de manera conjunta, o por clases de activos o mercados, lo que nos garantizará que, con las restricciones propias de cada cartera, estamos minimizando el riesgo para cada nivel de rentabilidad esperada o, desde otro punto de vista, conseguir maximizar la rentabilidad de acuerdo con el presupuesto de riesgo de la cartera.

— La fase de medición del resultado de la gestión, a posteriori, es vital para evaluar el comportamiento de la cartera y la gestión realizada por el gestor. La atribución de resultados a las distintas clases de activos nos permitirá tener una opinión diferenciada de cómo han contribuido los mismos al resultado total de la cartera.

En los siguientes apartados desarrollaremos los conceptos básicos de cada una de estas cinco fases, para terminar el artículo con unas conclusiones finales¹.

2. El perfil de riesgo del inversor

Generalmente se considera que la selección óptima de una cartera de activos no sólo depende de las características objetivas de los activos financieros,

¹ Aun cuando la exposición se efectúa en un lenguaje accesible a un lector no especialista, por limitaciones de espacio no se procede a una definición de todos los conceptos que se mencionan. A tal efecto puede consultarse el glosario incluido en el portal de educación financiera Edufinet (www.edufinet.com), donde también puede encontrarse una aproximación a la estructura y al funcionamiento de los distintos productos y mercados financieros. Asimismo, puede consultarse: «Edufinet, Guía Financiera», 3ª edición, Thomson Reuters-Aranzadi, 2011.

sino también de las preferencias de los inversores y de su actitud frente al riesgo. Aunque a nivel teórico (Ruiz, Jiménez y Torres, 2000) sería posible definir tres tipos de actitudes frente al riesgo (propensión, neutralidad y aversión al riesgo), habitualmente se supone que todos los inversores son aversos al riesgo, por tanto, todos exigirán, en mayor o menor medida, una mayor remuneración, una prima de riesgo, como compensación por la asunción del riesgo implícito en cada activo financiero (con respecto a un activo sin riesgo²). Cuanto más averso al riesgo sea el inversor, mayor será la prima de riesgo que exigirá a un activo financiero con riesgo.

En definitiva, no todos los inversores cuentan con la misma aversión al riesgo, sino que ésta depende, en general, de diversos factores como: actitudes personales; fase del ciclo vital (edad del inversor); formación y experiencia inversora; patrimonio total y patrimonio financiero; capacidad de generación de rentas no financieras; etc. Aunque se hacen distintas clasificaciones de los perfiles de riesgo de los inversores, una de las más utilizadas es la establecida por la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV): conservadores, moderados, arriesgados y muy arriesgados. Los gestores de carteras de terceros están obligados a clasificar a sus clientes en una de estas cuatro categorías, aunque cada entidad puede definir los límites en función de su política de empresa, su experiencia y las características generales de su clientela.

Para poder determinar con alguna precisión el perfil de riesgo del inversor, hay que tener en cuenta aquellos factores que, a nivel teórico, se consideran que afectan a la aversión al riesgo de los inversores:

— La actitud personal frente al riesgo. No todas las personas se enfrentan de igual manera al riesgo en las diferentes facetas de la vida. Se trata de una actitud vital. Hay personas más arriesgadas y otras menos. La actividad financiera no puede sustraerse de esa actitud personal ante las decisiones en entornos de incertidumbre. Inversores que personalmente no asumen riesgos de ningún tipo, no son aptos para asumir tampoco riesgos financieros. Asumir riesgo financiero supone aceptar desviaciones, más o menos importantes, respecto a las previsiones iniciales y, en su caso, tener la paciencia suficiente para esperar a que las condiciones de los mercados financieros mejoren sin deshacer las posiciones a las prime-

² El papel del activo sin riesgo en la optimización de carteras aparece en Tobin (1958), vinculado al dinero en efectivo, con rentabilidad nula. Posteriormente, el activo libre de riesgo se ha identificado con los activos monetarios (letras del tesoro o pagarés) emitidos por gobiernos de la máxima calidad crediticia (AAA) como Estados Unidos o Alemania, cuya rentabilidad se considera como el interés libre de riesgo.

ras pérdidas. A menudo se dice que la renta variable es sólo apta para corazones fuertes.

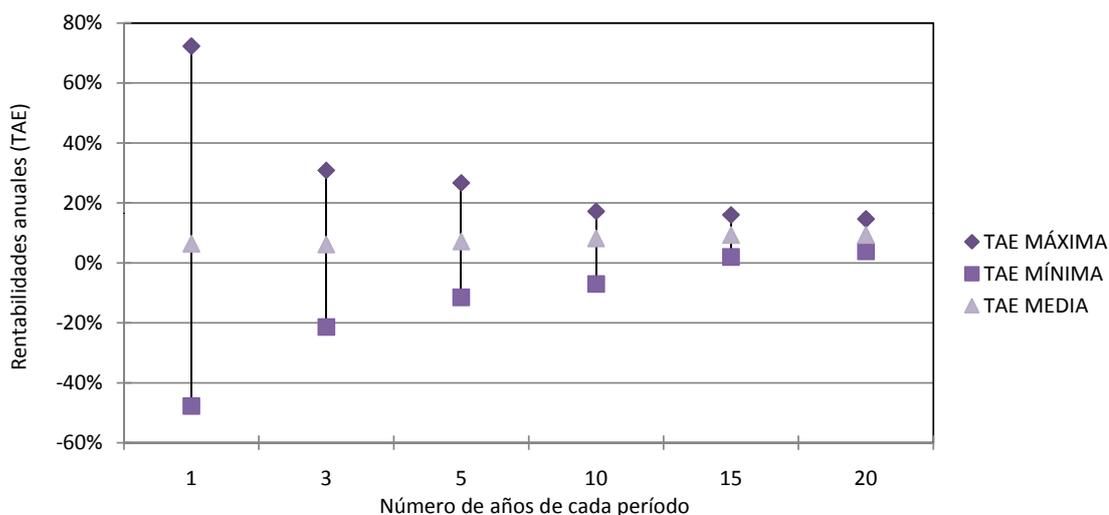
— El ciclo vital y el horizonte temporal del inversor. La edad del inversor influye de alguna manera en el nivel de riesgo que está dispuesto a asumir, no sólo por el supuesto conservadurismo que acompaña a la edad, sino, más bien, por el acortamiento natural en la duración objetivo de la cartera, ya que los inversores más jóvenes pueden plantearse horizontes temporales más largos que los más mayores. El horizonte temporal determina en gran medida el nivel de riesgo que se puede asumir, ya que los intervalos de oscilación de los activos se estrechan cuando se consideran plazos más largos. La probabilidad de obtener pérdidas en inversiones a muy largo plazo son más reducidas que en inversiones a corto plazo cuando se invierte, por ejemplo, en renta variable (gráfico 1)³. No sólo la edad determina el horizonte temporal, sino que los horizontes temporales de los inversores pueden variar por otros motivos, estando vinculados a diferentes objetivos de inversión, como la edad de jubilación, la emancipación o los estudios universitarios de los hijos, la adquisición de una vivienda, etc. En general, la inversión a corto plazo debería asumir menos riesgo que inversiones a medio y largo plazo.

— La formación y experiencia financiera. La capacidad del inversor para entender las características fundamentales de los activos financieros y de conocer los factores que influyen en el riesgo y la rentabilidad de éstos depende de la formación financiera y/o de la experiencia previa en la toma de decisiones de inversión. La CNMV hace hincapié en estas cuestiones al limitar el ofrecimiento de productos «complejos» a aquellos inversores que reúnan unas condiciones mínimas de experiencia y formación financiera.

— Patrimonio total y patrimonio financiero. La proporción que la cartera de activos que se vaya a construir suponga, tanto sobre el patrimonio financiero como sobre el patrimonio total (incluyendo el

³ El gráfico 1 está generado a partir de la serie de datos diarios del índice de la Bolsa de Nueva York S&P500 desde el 1 de enero de 1971 hasta el 15 de septiembre de 2011. Representa un back-testing de la serie para períodos de 1, 3, 5, 10, 15 y 20 años. Para cada duración, se calcula la rentabilidad anual (TAE) máxima, mínima y media de todos los períodos de esa duración. Así, por ejemplo, la primera línea de la izquierda indica que, considerando todos los períodos anuales posibles (10.339), la rentabilidad del índice S&P 500 ha oscilado entre un máximo de un 72,3 por ciento y un mínimo de un -47,7 por ciento, con una media del 6,4 por ciento. En el extremo derecho, para todos los períodos de 20 años (5.383), el índice ha oscilado entre un máximo del 14,7 por ciento y un mínimo del 3,85 por ciento y una media del 9,3 por ciento. En el gráfico puede observarse cómo, conforme va aumentando la duración de los períodos considerados, los intervalos se estrechan, mientras que la media sube ligeramente. Es decir, el riesgo de la inversión en renta variable disminuye con el plazo y la rentabilidad esperada aumenta.

Gráfico 1. Rentabilidad (TAE) del S&P500 en diferentes períodos (Desde 01/01/1971 hasta el 15/09/2011)



Fuente: Bloomberg y elaboración propia.

patrimonio empresarial, inmobiliario, rústico, etc.) es una variable a tener en cuenta a la hora de determinar el nivel de riesgo asumible por el inversor, ya que cuanto menor sea esta ratio, menores serán las consecuencias relativas de un mal comportamiento de las carteras. La existencia de «músculo» financiero permite asumir determinados riesgos que en otros casos son implantables.

— Capacidad de generación de rentas no financieras. La actitud frente al riesgo en inversores que dependen total o en un alto grado de las rentas que genere su inversión es distinta de la de aquéllos para los que tales rentas son simplemente complementarias a otro tipo de rentas como las del trabajo, las profesionales o empresariales. Aquéllos que dependen de los rendimientos de la inversión tenderán a asegurarse, al menos, una renta mínima de supervivencia, sin demasiado riesgo, mientras que los otros podrán plantearse inversiones a más largo plazo, sin retornos inmediatos, pensando en la acumulación de capital.

Las normas vigentes en la Unión Europea, centradas en la Directiva sobre Instrumentos del Mercado Financiero (MiFID: Market in Financial Instruments Directive), exigen a los gestores de carteras que determinen el perfil de riesgo de sus clientes incluso antes de ofrecerles determinados productos, ya que no todos los productos financieros son aptos para todos los clientes. Los test de idoneidad y de conveniencia⁴ son los instrumentos que

⁴ El test de idoneidad se utiliza para evaluar si el servicio financiero que se ofrece se ajusta al perfil de riesgo del cliente. El test de conveniencia pretende conocer la experiencia inversora del cliente y sus conocimientos financieros, para así determinar la conveniencia o no de la contratación de productos financieros complejos.

habitualmente se usan para este fin. Estos test tratan de deducir el perfil de riesgo del inversor a través de determinadas preguntas sobre las cuestiones antes expuestas. La mayoría de los test son de tipo cualitativo, pero también los hay de tipo cuantitativo⁵.

3. El universo de activos de inversión

La segunda fase en el proceso de construcción de una cartera óptima de activos consiste en determinar qué tipo de activos son aptos para la inversión en función del perfil de riesgo del inversor. Las características personales del inversor, sus preferencias, horizonte temporal, objetivos y aversión al riesgo imponen restricciones al universo total de activos, concretando el universo específico que debe usarse para la optimización de la cartera de cada inversor. Siguiendo a Winkelmann (2003), antes de entrar en la fase de cálculo de carteras óptimas, el inversor ha de tomar una serie de decisiones claves de cara a la asignación estratégica de activos:

— Tipología de activos. Generalmente, se distinguen cuatro grandes grupos de activos financieros: activos monetarios, renta fija, renta variable y productos derivados o estructurados. La decisión sobre qué tipología de activos incluir es posiblemente el factor que más influya en el nivel de riesgo de las carteras. Incluir renta variable y determinados productos estructurados en las carteras supone incrementar significativamente el nivel de riesgo de las mismas. La renta fija y, especialmente, los activos monetarios, por el contrario, reducen el riesgo de las inversiones.

⁵ Por ejemplo, se le podría preguntar al inversor con qué producto se sentiría más satisfecho, con uno cuyo rendimiento esperado a un año vista estuviera entre un -10 por ciento y un 30 por ciento o con otro cuya rentabilidad esperada estuviera entre un 3 por ciento y un 7 por ciento.

A la hora de tomar esta decisión, no sólo hay que tener en cuenta el riesgo específico de cada tipología de activos, la volatilidad, sino también la correlación entre los rendimientos de los distintos tipos de activos, ya que la volatilidad de la cartera depende de ambas variables. Si la correlación entre dos tipos de activos es baja o, incluso, negativa, la cartera total tendrá menos riesgo que los activos considerados individualmente.

— Diversificación internacional. La diversificación internacional de las inversiones puede generar una importante reducción de los niveles de riesgo de las carteras, tanto en la renta fija como en la renta variable, ya que los bajos niveles de correlación (o la correlación negativa) que se pueden encontrar entre algunos mercados hacen disminuir la volatilidad de las carteras.

— Exposición a otras divisas. Aunque la diversificación internacional puede generar una disminución de la volatilidad de las carteras, presenta un nuevo riesgo, el riesgo de divisa o de tipo de cambio, por lo que los inversores tienen que plantearse una estrategia a largo plazo de cobertura de dicho riesgo. Esta estrategia de cobertura debe compensar las ventajas de la diversificación con el riesgo de la exposición de las divisas. En general, si la cobertura del riesgo de divisas es total, las ventajas de la diversificación internacional prácticamente desaparecen, salvo imperfecciones coyunturales de los mercados financieros.

— El tipo de gestión. El inversor debe decidir si desea para su cartera una gestión activa o una gestión pasiva o indiciada. La gestión activa supone poder aprovechar el conocimiento y experiencia de los gestores, a cambio de asumir el denominado riesgo de gestor, esto es, la posibilidad de que el gestor tome decisiones equivocadas que acaben suponiendo una menor rentabilidad, un mayor riesgo o ambas cosas a la vez. La gestión pasiva supone acompañar a los mercados en sus oscilaciones; la cartera se comportará de la misma manera que lo hagan los mercados, con riesgo y rentabilidad similares.

— Consideración de activos alternativos. El inversor, por último, también tiene que decidir si, junto con los activos tradicionales de renta fija y variable, su cartera total también va a considerar otros activos alternativos como derivados, «*hedge funds*» (fondos de inversión libre o fondos de alto riesgo), «*private equity*» (colocaciones privadas de participaciones empresariales), inversiones inmobiliarias (directamente o a través de fondos o sociedades de inver-

sión), materias primas, recursos naturales y metales preciosos (oro, plata).

4. La asignación estratégica de activos («*asset allocation*»)

En la fase de asignación estratégica de activos, los gestores de carteras determinan el porcentaje o rango con que cada tipología de activos va a formar parte de la cartera total. El apellido de «*estratégica*» implica un amplio horizonte temporal, es decir, se define la estrategia de la cartera a medio y largo plazo. En el corto plazo, las ponderaciones podrán ser modificadas por decisiones tácticas en función de la coyuntura económica y financiera. Muchos gestores consideran que ésta es la decisión más importante que se toma en relación con una cartera. Decidir estar o no en un mercado es lo importante, seleccionar un valor u otro es secundario.

La asignación de activos no sólo implica decidir las ponderaciones de las grandes tipologías de activos (activos monetarios, renta fija, renta variable, activos alternativos), sino también sobre las zonas geográficas de referencia (Estados Unidos, Europa, Japón, Economías Emergentes), las divisas (euro, dólar, libra esterlina, franco suizo, yen), los sectores, el tamaño corporativo (grandes corporaciones, pequeñas y medianas empresas), el tipo de empresas (con tendencia a la creación de valor frente a crecimiento del volumen de negocio), la calidad crediticia (grado de inversión —activos con mayor calidad crediticia— o inversión especulativa —los denominados también bonos basura—), el emisor (deuda pública, deuda corporativa).

Existen diferentes formas de abordar la asignación de activos. Hay gestores que tienen perfiladas las carteras modelo, de manera que para cada perfil de inversor (conservador, moderado, arriesgado o muy arriesgado) tienen definidos unos porcentajes mínimos y máximos para cada tipo de activo financiero. En general, los perfiles más conservadores tienen un mayor peso de activos monetarios y renta fija a corto y medio plazo, normalmente pública o corporativa de elevada calificación crediticia («*rating*»), y un peso reducido de renta variable, nacional o de la zona euro, sin riesgo de divisa. Pueden incorporarse, en determinadas carteras, productos estructurados de bajo riesgo con el capital garantizado.

Los perfiles más arriesgados incrementan su peso en renta variable nacional, de la zona euro e internacional con riesgo divisa, alargan la duración de la renta fija, incorporan deuda corporativa de menor «*rating*», incluso de países emergentes. Los produc-

tos estructurados que se incluyen incorporan mayor nivel de riesgo, pudiendo incluso poner en riesgo todo el capital invertido. Dependiendo del universo de inversión decidido, también pueden incorporar inversiones en materias primas y recursos naturales, como el petróleo, los metales básicos, o los metales preciosos y los fondos inmobiliarios.

Los porcentajes asignados a cada tipo de activos en cada perfil pueden ser calculados mediante modelos matemáticos basados en el concepto de «frontera eficiente», de manera que se consiga maximizar la rentabilidad esperada para cada perfil de riesgo, o bien pueden ser asignados de una manera más intuitiva, calibrando paulatinamente las correspondientes carteras modelo.

Otros gestores, sin embargo, dan un enfoque más global a la asignación de activos, basándose en un criterio de equilibrio de los mercados financieros. De acuerdo con los modelos teóricos, cuando los mercados están en equilibrio, los inversores deberían tener al menos una parte de su patrimonio financiero invertido en la denominada «cartera de mercado»⁶. La cartera de mercado refleja las ponderaciones que a cada tipo de activos le corresponde en el mercado financiero global, teniendo en cuenta todos los tipos de activos y todas las zonas geográficas. El porcentaje restante debería estar materializado en activos monetarios. Por tanto, la cartera de mercado puede ser considerada como un excelente punto de partida para analizar la cartera adecuada para cada tipo de cliente. Sobre esta cartera, por tanto, se deberán realizar los ajustes oportunos. Littermann (2003)

⁶ El concepto de «cartera de mercado», en el sentido que aquí utilizamos, procede de Tobin (1958) como solución del denominado «Teorema de separación en dos fondos», considerando que, cuando los inversores pueden optar entre activos con riesgo y activos sin riesgo (activos monetarios), optimizarán sus carteras distinguiendo entre dos fondos o compartimentos: un porcentaje de la cartera total estará invertido en la cartera de mercado, constituida con activos con riesgo, con una estructura única para todos los inversores; el segundo fondo estará compuesto exclusivamente de activos monetarios sin riesgo. Este segundo fondo calibra el riesgo de la cartera total, de manera que cuanto menor riesgo esté dispuesto a asumir el inversor, mayor será el porcentaje que invierta en el fondo monetario. El propio Tobin admite que esa cartera de mercado no tiene que ser, siquiera teóricamente, la misma cartera para todos los inversores, sino que conceptualmente puede considerarse como la media ponderada de las carteras de los inversores. Sharpe (1964) reutiliza este concepto para la formulación del conocido como CAPM («Capital Asset Pricing Model»), donde, al introducir la condición de equilibrio de los mercados financieros, concluye que la composición de esa cartera de mercado única (o la media ponderada de las carteras de los inversores) coincide con la ponderación de cada activo (y cada tipología de activos) en la teórica cartera global, compuesta por todos los activos financieros considerados. Si los inversores, como colectivo, optaran por reducir el peso de un determinado activo o tipo de activo, el mercado acabaría ajustándose vía precios, disminuyendo su valoración y, por tanto, su peso específico en la cartera global. Aumentaría el precio si los inversores optaran por incrementar la posición de un activo o tipo de activos.

propone el siguiente procedimiento basado en el conocido como modelo Black-Littermann:

— Los gestores deben identificar la cartera modelo adecuada, calculando el valor de mercado de los activos. En los activos cotizados diariamente, como las acciones, la deuda pública o la deuda corporativa, esta labor es fácil. Para otros activos que generan menos nivel de información puede ser una tarea un poco más compleja, aunque actualmente se dispone de índices cotizables diariamente sobre prácticamente todas las clases de activos, que pueden utilizarse como referencias de los mercados.

— El segundo paso sería calcular el riesgo de cada uno de los activos y de la cartera total a través de la volatilidad y las correlaciones entre los diferentes activos, lo que les permitirá decidir si desean asumir más o menos riesgo que el mercado. Las estimaciones de la volatilidad y las correlaciones sobre datos históricos suelen tener bastante estabilidad, lo que facilita el trabajo de estimación.

— La siguiente fase estaría centrada en tener proyecciones de los rendimientos esperados de las distintas clases de activos. El Modelo de Valoración de Activos de Capital, más conocido por sus siglas inglesas CAPM («Capital Asset Pricing Model»), puede ayudarnos a relacionar el nivel de riesgo con su rendimiento esperado, dentro de un enfoque de equilibrio de los mercados financieros.

— La cuarta fase, que trata de aprovechar el conocimiento y la experiencia acumulados tanto del gestor como del inversor, consiste en analizar las desviaciones deseadas respecto a la cartera de equilibrio en términos de rentabilidad esperada, intentando cuantificar las opiniones personales sobre la evolución futura de los mercados y el grado de confianza sobre esas opiniones. La consideración de estas opiniones de los gestores e inversores nos dirige hacia la «cartera opinión».

— La solución óptima para cada inversor vendrá dada por una media ponderada de la cartera de mercado y de la cartera opinión. La ponderación de cada cartera dependerá del grado de confianza que se le dé a la cartera opinión.

5. La construcción de la cartera óptima de activos

En esta última fase, el gestor, teniendo en cuenta los resultados de las fases anteriores, determina los valores concretos que van a formar parte de la cartera y sus ponderaciones en la cartera total. Es una tarea laboriosa, ya que el análisis desciende al nivel más básico, al de los valores concretos. El vo-

lumen de información que se necesita en esta fase es importante y, normalmente, se usan complejos modelos matemáticos para la selección de la cartera óptima de activos, que tienen en cuenta no sólo la información correspondiente a cada valor, sino también las interrelaciones con los demás valores.

En esta fase, hay decisiones relevantes: gestión activa o gestión pasiva; inversión directa o a través de fondos de inversión.

Si el inversor hubiera decidido optar por una gestión pasiva de su cartera, los activos a seleccionar tienen que estar verdaderamente indicados a los mercados seleccionados. Dependiendo de esos mercados, del volumen del patrimonio gestionado y de los costes de transacción, se podrá optar por una u otra alternativa. En general, replicar mercados con inversión directa precisa de un patrimonio gestionado muy elevado y supondrá una operatoria compleja y elevados costes de transacción. Se considera más eficiente la inversión a través de instrumentos indicados, especialmente diseñados para tal función, como los futuros, los fondos indicados, los ETF («Exchange Traded Funds») o los certificados sobre diferentes mercados. Estos instrumentos, cada uno con sus respectivas particularidades, se caracterizan por tener el mismo comportamiento que el mercado que pretenden replicar, de manera que, invirtiendo en ellos, la cartera se garantiza el mismo resultado en riesgo y rentabilidad que el mercado seleccionado. En determinados mercados, esto mismo se puede conseguir a través de la inversión directa. En el caso del mercado bursátil español, si se pretende seguir de forma pasiva usando el Íbex-35 como índice de referencia, se trataría de construir una cartera con los 35 valores que componen el índice, con las mismas ponderaciones que el propio índice. La cartera tendría que reestructurarse cada vez que cambie la composición del índice (basada fundamentalmente en el criterio de la capitalización bursátil), que se revisa semestralmente. Esta operatoria se complica, hasta llegar a ser totalmente inviable, si los índices cuentan con una composición más amplia con mínimos de contratación muy elevados, como ocurre con la renta fija corporativa.

La decisión sobre la construcción de la cartera con fondos o sociedades de inversión o inversión directa es de vital importancia. Los factores que influyen en esta decisión son numerosos y no todos apuntan en la misma dirección. Los fondos de inversión están gestionados profesionalmente y aprovechan las sinergias y economías de escala de las sociedades gestoras. No suelen contar con barreras de entrada importantes, por lo que se puede invertir

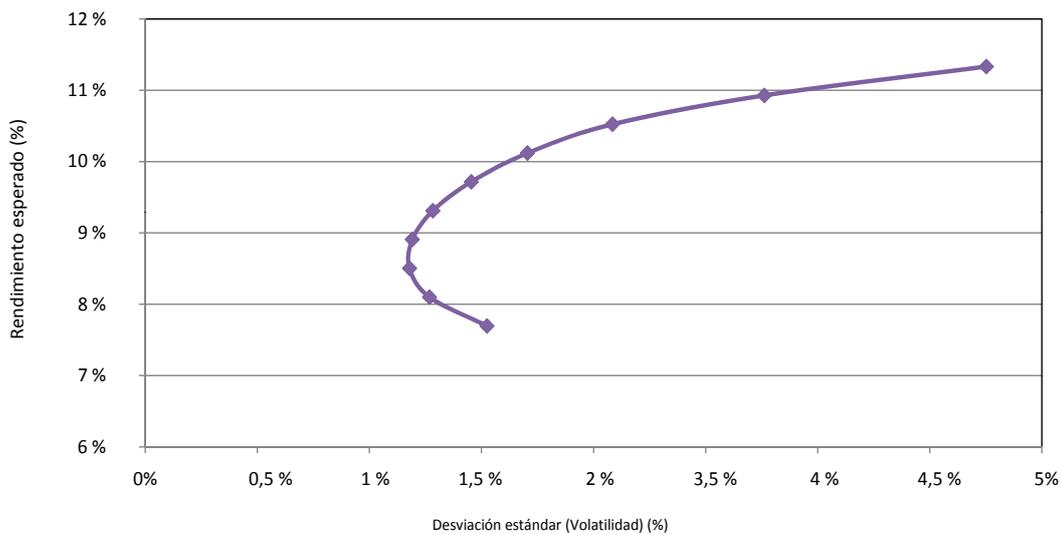
a partir de pequeños importes. Además, existe una oferta completa de fondos que abarca la totalidad de los tipos de activos, las zonas geográficas, los estilos de gestión o las divisas. Los fondos aportan a las carteras un elevado grado de diversificación, que difícilmente se puede conseguir con inversión directa. Su tratamiento fiscal es beneficioso, ya que, al no tributar hasta que se reembolsa la inversión, permite el diferimiento del impuesto sobre la renta. El traspaso de la inversión entre fondos evita, asimismo, el denominado peaje fiscal, por lo que se pueden reestructurar las carteras sin coste fiscal. En general, las legislaciones europeas obligan a los fondos a una transparencia muy elevada en su gestión, aportando a los inversores una gran cantidad de información sobre su política de inversión, la cartera y demás factores que puedan influir en la rentabilidad de los fondos. Como elemento negativo, hay que tener en cuenta las comisiones de gestión y depositaría que están implícitas en los fondos o sociedades de inversión, así como las comisiones de suscripción y reembolso que pueden cobrar las sociedades gestoras.

La inversión directa, por su parte, puede ser adecuada para la inversión en determinados mercados que no exijan elevados patrimonios mínimos, como es el caso de la renta variable nacional. Para calcular costes de transacción equivalentes, hay que tener en cuenta los cánones de los mercados, las tarifas de los mediadores, las tarifas de liquidación y las comisiones de depositaría y custodia de los valores. A nivel fiscal, la inversión directa no permite el diferimiento de impuestos, gravándose en el devengo, tanto si los rendimientos tienen la consideración de rendimientos del capital mobiliario como si son tratados como ganancias patrimoniales. En el caso de que la gestión de la cartera se encomiende a una entidad especializada o se pida asesoramiento, además, hay que tener en cuenta las comisiones de gestión o de asesoramiento correspondientes. La inversión directa permite llevar a cabo estrategias inversoras más personalizadas y dinámicas, como la operatoria intradía.

En cualquier caso, se opte por la inversión directa o a través de fondos y sociedades de inversión, para la construcción de la cartera óptima de activos se sigue habitualmente un procedimiento sistemático:

— Estimar rendimientos esperados, volatilidades y correlaciones. Partiendo de las clases de activos relevantes para el inversor y sus correspondientes ponderaciones, fijadas en la fase de asignación estratégica de activos, deben estimarse los rendimientos esperados, las volatilidades y las correlaciones de los rendimientos de los activos individuales. En la fase

Gráfico 2: Frontera Eficiente de Markowitz
(Renta variable EE.UU., Zona Euro y Japón. Datos 2006)



Fuente: Bloomberg y elaboración propia.

anterior nos preocupaban estas variables a nivel de mercado. Al contrario de lo que suponen la mayoría de los modelos teóricos sobre eficiencia y equilibrio de los mercados, la obtención de esta información es costosa y laboriosa. Hay gestores que generan esta información dentro de sus propios equipos de gestión, otros la recaban de especialistas y otros simplemente utilizan la información publicada en diferentes medios especializados, como Bloomberg o Reuter, a escala internacional, o VisualChart o Infobolsa, a escala nacional. Internet ha facilitado en parte esta labor, ya que la mayoría de las casas de inversión publican sus precios objetivos para los valores de los mercados que siguen. Incluso es posible encontrar información sobre el «consenso del mercado», como opinión media de los principales analistas de ese mercado.

— Calcular una frontera eficiente. Aunque no todos los gestores utilizan las mismas metodologías de inversión, es habitual que de una forma u otra se tome como referencia el instrumento analítico de la frontera eficiente, que popularizó Markowitz (1952). La frontera eficiente representa la relación más eficiente entre el riesgo y la rentabilidad de una cartera de activos. No hay una solución única, sino que para cada nivel de riesgo que se esté dispuesto a asumir hay una combinación óptima de activos que maximiza la rentabilidad que se puede obtener. El conjunto de todas esas carteras que maximizan la rentabilidad para cada nivel de riesgo (o, desde el otro punto de vista, minimizan el riesgo para cada nivel de rentabilidad esperada) es el que se denomina frontera eficiente. La gran aportación de Markowitz fue simplificar la toma de decisiones de inversión

en un modelo que dependía, bajo determinados supuestos, exclusivamente de dos variables: el rendimiento esperado (la media o esperanza matemática de la distribución de rendimientos esperados) y la varianza o desviación estándar de dicha distribución (lo que habitualmente se conoce con el nombre de volatilidad).

Tanto a nivel gráfico (una hipérbola, cuyos ejes corresponden al rendimiento esperado y la desviación estándar de la distribución de rendimientos) como a nivel analítico, la frontera eficiente es un poderoso instrumento en la toma de decisiones, ya que establece una relación única entre cada nivel de riesgo y la rentabilidad esperada, es decir, fijado un nivel de riesgo, la frontera eficiente nos indica la estructura de cartera que genera la rentabilidad máxima que se puede esperar; de la misma manera, fijado un determinado nivel de rendimiento esperado, la frontera eficiente nos marca con qué estructura de cartera se asume el mínimo riesgo.

— Seleccionar un punto de la frontera eficiente. Cada uno de los puntos de la frontera eficiente corresponde a una combinación óptima de activos, donde la rentabilidad esperada se maximiza y el riesgo se minimiza. Todas ellas son eficientes. La elección de una cartera concreta dependerá de las preferencias y del grado de aversión al riesgo de cada inversor. Aunque la solución teórica a la optimización de carteras es compleja, en la práctica nos podemos encontrar con tres situaciones en las que la frontera eficiente nos permite determinar la cartera óptima de cada inversor en función de los objetivos del mismo:

- Restricción de riesgo. Es habitual que el inversor establezca el riesgo máximo que está dispuesto a asumir, lo que se conoce como presupuesto de riesgo, y que el gestor no podrá sobrepasar. El gestor tendrá que construir la cartera sometiéndose a esa restricción presupuestaria. La frontera eficiente señalará qué composición de cartera permite maximizar la rentabilidad esperada para ese presupuesto de riesgo. Evidentemente, a menor riesgo asumido, menor rentabilidad esperada para la cartera óptima. La frontera eficiente marca, asimismo, cuál es la cartera con el mínimo riesgo posible, de acuerdo con las condiciones objetivas de los mercados en cada momento, por lo que no será posible construir carteras con menor riesgo.

- Restricción de rentabilidad. Si el inversor impone como restricción una determinada rentabilidad (dentro de lo posible, de acuerdo con las condiciones de los mercados financieros), como, por ejemplo, superar el Euríbor a un año en 100 puntos básicos o alcanzar como mínimo la tasa de inflación esperada, la frontera eficiente nos servirá para determinar la cartera de mínimo riesgo para ese nivel de rentabilidad. Igualmente, a mayor objetivo de rentabilidad impuesto, mayor riesgo a asumir por el inversor.

- Binomio riesgo-rentabilidad. El inversor puede expresar sus preferencias con una regla que tenga en cuenta el binomio riesgo-rentabilidad, como, por ejemplo, el valor en riesgo de la cartera (VaR: «Value at Risk»), concepto que tiene en cuenta no sólo el rendimiento esperado de la cartera sino también el riesgo medido a través de la desviación estándar o volatilidad de esa cartera. El valor en riesgo de una cartera hace referencia a la pérdida máxima, dados el rendimiento esperado y la volatilidad de la cartera que podríamos esperar de la misma durante un período de tiempo (un día, una semana, un mes, un año), con un determinado grado de confianza estadística. Por ejemplo, el inversor podría determinar que no está dispuesto a asumir más de un 10 por ciento de pérdidas a un año vista con un grado de confianza del 95 por ciento; es decir, un valor en riesgo anual del 10 por ciento. La frontera eficiente, mediante los cálculos oportunos, nos permitirá determinar la cartera óptima que reúne esas condiciones.

— Evaluar la estructura de cartera y reoptimizar. Las soluciones que aporten los modelos matemáticos que generalmente se utilizan para el cálculo de la frontera eficiente y la cartera óptima tienen que ser necesariamente evaluadas conjuntamente por el inversor y el gestor de inversiones. Es frecuente que los modelos de optimización nos den carteras

con ponderaciones extremas, ya que suelen ser muy sensibles a pequeños cambios en los supuestos sobre rendimientos esperados. Al contrario de lo que ocurre con las estimaciones de volatilidad, que suelen ser muy estables, los promedios históricos de la rentabilidad de los mercados, especialmente los referentes a la renta variable, son muy sensibles a las muestras que se utilicen para el análisis, por lo que, de usar unas muestras u otras, los resultados pueden variar significativamente y, con ellos, la estructura de la cartera óptima. Ello exige que se evalúe la propuesta del modelo y que se analice la sensibilidad del resultado a diferentes supuestos de rentabilidad. La mayoría de los modelos utilizados en finanzas cuentan entre sus correspondientes supuestos con el supuesto de normalidad, que implica suponer que los rendimientos de los activos financieros utilizados se distribuyen normalmente⁷. La actual crisis financiera ha puesto en entredicho la utilización de modelos con supuestos de normalidad, porque se ha visto que, bajo determinadas condiciones de crisis global de los mercados financieros, es posible que se presenten resultados extremadamente malos con más frecuencia de lo que los modelos predecían. Es conveniente, por tanto, que se considere, en la fase de evaluación previa de la cartera, cómo reacciona la cartera ante situaciones de estrés, peores y más frecuentes que lo que el propio modelo nos dice. La reoptimización tendría en cuenta las conclusiones de este análisis, incorporando nuevas restricciones y supuestos que no hayan sido considerados en el modelo inicial.

Cuando nos enfrentamos con la gestión de carteras, no siempre podemos plantearnos el problema de inversión *ex novo*, partiendo de cero, sino que, en la mayoría de las ocasiones, partimos de una situación de hecho, de una cartera previa, que no siempre podemos deshacerla por completo para construir una nueva, ya que determinadas restricciones como los costes de transacción o los costes fiscales pueden ser importantes inconvenientes, por no comentar otras cuestiones de índole psicológico (acciones heredadas de la familia, paquetes comprados en privatizaciones, paquetes muy devaluados cuya venta supondría admitir pérdidas extraordinarias) y, por tanto, más difícil de racionalizar. En estos casos, es interesante abordar el análisis de la inversión desde un punto de vista marginal, es decir, planteándose la pregunta «¿Qué le ocurre a la cartera, en términos de riesgo y rentabilidad, si introducimos un porcen-

⁷La distribución normal tiene muchas ventajas y es la más usada para describir procesos naturales y comportamientos humanos y, entre otras cuestiones, se caracteriza por ser simétrica (la probabilidad que se le asigna a la presentación de resultados mejores que lo esperado es igual que la de los resultados peores) y tiene «colas» estrechas (la probabilidad de que se presenten valores extremos, muy buenos o muy malos, es muy reducida).

taje muy pequeño de un nuevo activo financiero en la composición de la cartera?»⁸.

El análisis marginal permitirá conocer cómo reacciona la cartera preexistente ante la entrada de un nuevo activo sin necesidad de tener que plantearnos un problema de optimización completo. La restricción presupuestaria que suele imponer el inversor hace que el gestor considere el riesgo como un «recurso escaso», por lo que el objetivo de la gestión sería alcanzar la máxima rentabilidad posible sin sobrepasar el máximo riesgo permitido para esa cartera concreta. El principal determinante de la contribución de un activo al riesgo de la cartera no es su riesgo específico (volatilidad), sino la correlación de esta inversión con el resto de activos ya presentes en la cartera. Para incorporar un activo, por tanto, tendrán que hacerle hueco el resto de activos, por lo que la rentabilidad de la cartera disminuirá como consecuencia de la venta de parte de los activos preexistentes y aumentará con la compra del nuevo activo. A la rentabilidad que la cartera previa pierde al liquidar parte de sus activos se conoce con el nombre de «umbral de retorno» o «umbral de rentabilidad». Siempre que el diferencial de rentabilidad que aporte el nuevo activo sea positivo, sin variar el nivel de riesgo, optimizaremos la cartera incrementando la ponderación del nuevo activo. Cuando se anule este «retorno de intercambio» (es decir, cuando la rentabilidad que aporte el nuevo activo sea igual al umbral de retorno), no tendremos ya incentivos para variar las ponderaciones de los distintos activos.

El umbral de retorno de la cartera nos marca, pues, el nivel de rendimiento esperado mínimo que debemos exigir a un determinado activo financiero para que, al incorporarlo a nuestra cartera, ésta mejore en rentabilidad sin empeorar el riesgo. Si el umbral de retorno de la cartera es inferior al rendimiento esperado del activo, incrementaremos su ponderación; si el umbral de retorno es superior, no lo incorporaremos o disminuirémos su peso (si ya forma parte de la misma).

En muchas ocasiones, los gestores de carteras no cuentan con estimaciones fiables sobre los rendimientos esperados de todos los activos financieros que forman parte de la cartera o que pueden entrar a formar parte de ella. En esos casos, el concepto de umbral de retorno es muy útil, ya que las decisiones de inversión o desinversión sobre un determinado activo se basarán en si es razonable que pueda superar el umbral de rentabilidad. En caso de que se

piense que el umbral de rentabilidad es razonablemente superable por este activo, entonces la decisión óptima será la incorporación del mismo o aumento de su ponderación en la cartera; en caso contrario, habrá que reducir el peso de este activo en la cartera total o, simplemente, no incorporarlo.

Los activos correlacionados negativamente con la cartera de partida requieren una consideración especial, ya que nos permiten mejorar la cartera inicial por dos vías: aumentando el rendimiento esperado y reduciendo el riesgo total de la cartera. Una de las consecuencias primeras de la actual crisis financiera internacional, como han puesto de manifiesto Ruiz y Trías (2011), se concretó en un cambio drástico de la matriz de correlaciones, eliminándose prácticamente las correlaciones bajas y las negativas. Cuando el mercado de instrumentos vinculados a las hipotecas «subprime» se hundió, arrastró en su caída a todos los demás mercados, por la crisis de liquidez y confianza que se puso de manifiesto. No quedaron mercados refugio, excepto, tal vez, el oro y los bonos soberanos de un reducido grupo de países, como Estados Unidos y Alemania. Este nuevo fenómeno ha supuesto el incremento automático del nivel de riesgo de todas las carteras, al aumentar la correlación entre los distintos mercados.

6. La evaluación del gestor

Tan importante como seleccionar una cartera de activos adecuada al perfil de riesgo del inversor, es seguir el comportamiento de las carteras, en su conjunto, y de los activos individuales. El análisis de los resultados de la gestión («performance») se corresponde con la evaluación de las decisiones adoptadas: se trata de comparar los resultados previstos con los realmente obtenidos, tanto de manera absoluta como relativa respecto a los índices de referencia («benchmarks»), los mercados o la rentabilidad objetivo de la propia cartera.

Suele utilizarse una batería de ratios, que podemos agrupar en tres grandes grupos:

— Ratios de rentabilidad: Permiten medir la rentabilidad real obtenida entre el principio y el final del período de análisis. No obstante, para tener una visión más exacta de la gestión, habría que considerar diversos períodos (último mes, últimos tres meses, último año, últimos cinco años, desde su creación), a fin de poder constatar si los rendimientos de la cartera son estables o, al contrario, tienen períodos de altas rentabilidades seguidos de períodos de fuertes pérdidas. Asimismo, conviene conocer otras

⁸ En términos matemáticos, dicho análisis se basaría en el cálculo infinitesimal.

cuestiones relacionadas con el rendimiento de la cartera, como:

- La distribución de rentabilidades, que nos permite conocer el comportamiento pasado de la cartera de una manera más completa que con datos de rentabilidades aisladas y, mediante los test estadísticos adecuados, podremos saber si es correcto suponer una distribución normal de rendimientos o si es más correcto usar otro tipo de distribuciones que ponderen con mayor peso la presentación de resultados extremadamente malos.
- El período mínimo sin pérdidas de una cartera es interesante conocerlo para encajarla adecuadamente con el horizonte temporal del inversor. Así, si una cartera nunca ha tenido pérdidas en el conjunto de un período de 3 años, pero sí en períodos más cortos, el horizonte temporal de esa cartera para un inversor conservador debe ser como mínimo de 3 años, ya que, para períodos de duración inferior, podrían presentarse pérdidas de capital.
- La pérdida máxima en un período determinado («maximum drawdown») y el número de períodos que ha tardado en recuperar esa pérdida nos informa del comportamiento de la cartera en las peores condiciones posibles de cara a evaluar futuras crisis financieras.
- Rentabilidad comparada con un índice de referencia o «benchmark». Es habitual que todos estos indicadores se calculen no sólo para la cartera, sino también para un «benchmark» con el que se compara. La elección de un «benchmark» adecuado tiene que tener en cuenta los objetivos del inversor y la asignación estratégica de activos. No conviene modificar el «benchmark» en función de cómo haya sido el comportamiento de la cartera, buscando una mejor foto.
- Ratios de riesgo: Tratan de medir el riesgo que ha asumido la cartera en un determinado período (cada dato de rentabilidad, como los indicados antes, debería ir acompañado de su correspondiente nivel de riesgo). Se suelen utilizar distintas medidas del riesgo de una cartera:
 - La desviación estándar es el indicador estadístico más utilizado y representa un promedio de las desviaciones respecto al rendimiento medio de la cartera en un período determinado. A través de ella se mide la volatilidad de una cartera. Elevadas volatilidades representan grandes oscilaciones (positivas o negativas) en su valoración, mientras que volatilidades reducidas significan un comportamiento muy estable.
 - La beta (β), como concepto central del entorno teórico CAPM, mide cómo afecta el riesgo sistémico o de mercado a un activo o una cartera concreta. El mercado, como referencia, tiene $\beta=1$; una $\beta>1$ implica que cuando el mercado ha subido, la cartera ha subido más que el mercado, y cuando éste ha bajado, también ha bajado más que el mercado; una $\beta<1$ implica suavizar las oscilaciones del mercado. Asimismo, una β negativa supone que la cartera se mueve de manera inversa al mercado, por lo que sería una opción adecuada para hacer apuestas contra mercados bajistas.
 - El Valor en Riesgo (VaR: «Value at Risk») es una medida de la máxima pérdida probable en condiciones normales de mercado, en un período determinado (1 día, 1 semana, 1 mes, 1 año), con un nivel de confianza dado (95 por ciento, 99 por ciento). Conviene saber si el VaR previsto se ha superado en el período de referencia y con qué frecuencia. Si el nivel de confianza era del 95 por ciento, no debería haberse superado el VaR en más del 5 por ciento de las observaciones.
 - Ratios de rentabilidad ajustada al riesgo: En la literatura financiera podemos encontrar un elevado número de indicadores propuestos para medir la calidad de la gestión considerando conjuntamente el rendimiento y el riesgo asumido por la cartera, teniendo en cuenta, en muchos de ellos, el riesgo global del mercado, de cara a evaluar si la gestión llevada a cabo en la cartera ha aportado valor añadido o simplemente ha seguido al mercado. Los diferentes ratios o índices (de Sharpe, de Treynor, de Jensen, de información, de Sortino, Calmar, Omega, etc.) miden aspectos específicos del concepto general de riesgo dependiendo del objetivo específico del inversor y del tipo de gestión aplicada. En cualquier caso es conveniente que el inversor y el gestor consensúen previamente las ratios que se van a utilizar para evaluar la gestión de la cartera, para no dar pie a improvisaciones dirigidas a «maquillar» los resultados. Tanto el inversor como el gestor sabrán a qué atenerse. Las ratios más usadas por los gestores son:
 - Ratio de Sharpe, que mide el diferencial de rentabilidad de la cartera respecto al tipo de interés sin riesgo, por unidad de riesgo asumido (medido por la volatilidad). Trata de ver si la rentabilidad obtenida compensa el riesgo asumido, ya que para obtener una tasa de retorno equivalente al tipo de interés sin riesgo no es necesario asumir ningún riesgo.
 - Índice de Treynor, que mide el diferencial de rentabilidad por unidad de riesgo sistémico, medido por la β , ya que considera que lo relevante no es el

riesgo específico de la cartera, sino las desviaciones respecto al comportamiento del mercado, el conocido riesgo de gestor, ya que simplemente por seguir al mercado no se paga a un gestor.

- Ratio de información, que mide la relación entre el diferencial de rentabilidad de una cartera sobre el «benchmark» elegido y el riesgo asumido en la gestión al separarse en mayor o menor medida de ese «benchmark».
- Ratio Omega, que es una ratio especialmente diseñada para carteras con un objetivo de rentabilidad, por lo que no se evalúa respecto al tipo de interés sin riesgo o respecto a un «benchmark», sino respecto a su propio objetivo de rentabilidad.

Es muy importante determinar la frecuencia con que se va a evaluar al gestor. El gestor tenderá a tomar estrategias al mismo plazo que su evaluación. El inversor debería evitar evaluaciones cortoplacistas si su horizonte temporal es a medio o largo plazo. Las estrategias a largo plazo tienen que ser revisadas periódicamente, pero necesitan madurar en el plazo adecuado para el cual fueron diseñadas. Una cartera diseñada para un plazo de diez años, por ejemplo, no puede ser deshecha si a los tres meses contabiliza más pérdidas de las esperadas.

7. Conclusiones

La principal conclusión que debe extraerse de este artículo es que no hay una solución única al problema de optimización de carteras, sino que habrá tantas soluciones posibles como inversores. Las características individuales del inversor, sus preferencias y objetivos determinan la composición de su cartera óptima. Los modelos matemáticos establecen las relaciones entre los activos y cuantifican lo que es posible y lo que no, concretan la relación existente entre riesgo y rentabilidad, informando de cuánto riesgo hay que asumir para alcanzar una determinada rentabilidad o qué rentabilidad está asociada a un determinado nivel de riesgo. Los modelos ayudan a tomar las decisiones, pero las decisiones importantes hay que tomarlas teniendo en cuenta al inversor.

Las decisiones verdaderamente importantes a tomar por el inversor versan sobre cuestiones que no precisan una elevada formación financiera, sino que pueden ser tomadas por cualquier inversor apoyado por la información que le suministre el asesor o gestor de inversiones: horizonte temporal; necesi-

dades de liquidez; tipología de activos; exposición a divisas; etc. La construcción de la cartera óptima, a partir de esas decisiones previas, es ya una cuestión más técnica, que precisa un gran conocimiento de los mercados financieros y un dominio de los modelos matemáticos necesarios para la selección óptima de carteras.

Referencias bibliográficas

EDUFINET (2011): Guía Financiera, 3ª edición, Thomson Reuters-Aranzadi, Pamplona.

LITTERMAN, B. (2003): «Beyond Equilibrium, the Black-Litterman Approach» en Litterman, B. et al.: Modern Investment Management, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, págs. 76-88.

MARKOWITZ, H. (1952): «Portfolio selection», Journal of Finance, n.º 7, págs. 77-91. (Se puede consultar una versión en español: «Selección de carteras», Cuadernos del ICE, enero, 1991, págs. 11-19).

RUIZ, G.; JIMÉNEZ, J. I. y TORRES, J. J. (2000): «La gestión del riesgo financiero», Editorial Pirámide, Madrid.

RUIZ, G. y TRÍAS, R. (2011): «Financial crisis and risk measurement: The historical perspective and a new methodology», en Dejuán, O., Febrero, E. y Marcuzzo, M.C. (ed.) (2011): The first great recession of the 21st century, Edward Elgar Publishing, Limited, Cheltenham, U.K., págs. 63-86.

SHARPE, W. F. (1964): «Capital asset prices: A theory of capital market equilibrium under conditions of risk», Journal of Finance, n.º 19, págs. 425-442. (Se puede consultar una versión en español del artículo original: «Los precios de los bienes de capital: una teoría del equilibrio de mercado bajo condiciones de riesgo», Cuadernos del ICE, enero, 1991, págs. 20-30).

TOBIN, J. (1958): «Liquidity preference as behavior towards risk», Review of Economic Studies, febrero, págs. 65-86.

WINKELMANN, K. (2003): «Issues in Strategic Asset Allocation» en Litterman, B. et al. (2003): Modern Investment Management, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, págs. 104-109.